Matematikk i fotballen

9. klasse
Samfundets skole

22.03.2002

Innhold

Kilder

PostScript-program som lager polyedermaler - Ole Arntsen
Internettadresse: http://www.ii.uib.no/~arntsen/poyleder/

Ma2, løsningsforslag til arbeidsoppgave 5, uke 05- Per Storfossen
Internettadresse: http://www.hihm.no/storfossen/mal205.htm

Arkitektur og matematikk. Hefte 2, Empire og sveitserstil - Svein Torkildsen, Sigmund Aamodt og Tobias Andersen.

Regnereisen Oppgavebok 9, Breiteig - Pedersen - Skoogh

Aschehoug og Gyldendals store leksikon.

Helix 8 - Isnes, Kristensen, Tysdahl, Østtveit

Tilfeldige personer som har svart på spørreundersøkelsen.

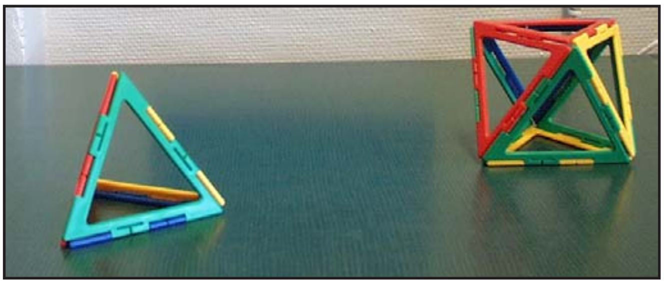
Prosesslogg

Allerede fra starten syntes vi det var gøy å være med i Kapp Abel. Selv om vi ikke skulle gå videre til semifinalen hadde vi likevel lyst til å gjennomføre prosjektet. Derfor begynte vi så smått å tenke på «matematikk og sport» allerede før jul. Vi visste også at det var lurt å starte tidlig, så vi fikk tid til å tenke ut gode problemstillinger.

Problemstillingene vi foreslo var mange og varierte. Det ble blant annet foreslått å studere mønster på snowboard, hvordan kjeglene i bowling står, vinkler i biljard, høyder og lengder i friidrett osv. Vi lurte også på å studere sjakkbrettet, ulike spilleformasjoner i fotball, og hvordan man får et optimalt kast med bumerang. Bumerangen dukket opp fordi en elev fant en formel i Donald Duck som beskrev bumerangens bane! Men en av jentene mente at vi ikke bare måtte sitte å regne hele tiden, vi måtte gjøre noe praktisk også. Da spratt en av guttene opp og foreslo at vi kunne lage en fotball!

Det endte med at vi bestemte oss for å lage en fotball i lær. Noen gutter mente at den skulle være så bra at vi kunne bruke den etterpå. Dermed var interessen for prosjektet tent, og den ble selvfølgelig enda større da vi fikk rede på at vi hadde gått videre til semifinalen. Nå var det bare å stå på!

Torsdag 24.01.02 (tre timer)
Mens vi tenkte på hva slags matematikk vi kunne finne i fotballen, gav læreren oss en oppgave med regulære trekanter, firkanter og femkanter. Av disse figurene laget vi forskjellige romlegemer. Vi fant fem forskjellige og lærte at de heter: Tetraeder, oktaeder, ikosaeder, dodokaeder og heksaeder. På disse forskjellige figurene telte vi hvor mange hjørner, kanter og sideflater det var. Vi fant en sammenheng som kalles Eulers polyedersetning.



Etterpå fikk vi arbeide litt fritt. Inspirert av Eulers setning prøvde to grupper å finne en måte å regne ut hvor mange sømmer/kanter og møtepunkter det er i fotballen ved bare å vite antall lapper.

En gruppe begynte å lage første utkast av en fotball med polydron byggeklosser i plastikk. Vi er litt usikre på om det er noe galt med målestokken, for fotballen ble ikke helt rund. Er femkantene for store i forhold til sekskantene?

Torsdag 31.01.02 (to timer)
Forrige gang var vi i tvil om det var noe galt med målestokken i fotballen vi lagde, men i dag fant vi ut at den er riktig. Grunnen til at fotballen ikke er rund er jo at byggeklossene er flate, det har ingenting med målestokken å gjøre. I begynnelsen av arbeidsøkta tvilte vi også på om sekskantene og femkantene i en fotball er regulære. Ved å måle vinklene på fem- og sekskantene i fotballen fant vi ut at de er regulære.

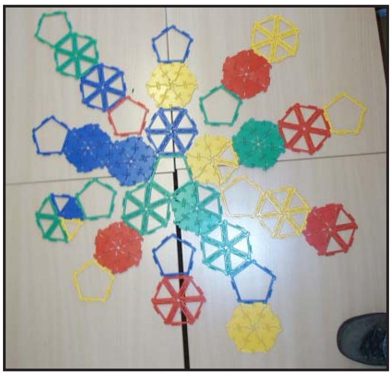
Tre jenter fikk lyst til å gjennomføre en spørreundersøkelse. De ville finne ut hvor mye kunnskap folk har om fotballen. Vet folk hva slags geometriske figurer en fotball er bygd opp av?

Av læreren ble vi rådet til å lage en matematisk oppskrift, hvis vi skal lage en fotball. Da må vi vite hvordan vi skal lage regulære femkanter og sekskanter. Noen fant en veldig grei måte å konstruere sekskanter på. Men verken vi eller læreren klarte å konstruere en femkant.

Vi snakket også om hvilke egenskaper de fire elevene som skal representere klassen i semifinalen, må ha. Vi kom frem til at:
- De må være effektive.
- Kunne samarbeide.
- Være gode i matematikk, spesielt «nøtter».
- Være gode til å fremføre og snakke for seg.
- Ikke tenke så innviklet at det enkleste glemmes.
- Kunne bedømme om svaret er sannsynlig.
- Klare å konsentrere seg, ikke stresse.
- Engasjere seg i prosjektet.

Mandag 04.02.02 (en time)
I dag valgte vi de fire elevene som skal representere klassen i semifinalen. Hanne, Kristian, Steffen og Ida Elisabeth ble valgt. Monica og Richard er reserver.
Vi diskuterte matematikken i en fotball. Det finnes både 4-erballer og 5-erballer. Vi lurer på hvorfor det heter 4-erball og 5-erball. Vi laget fem hypoteser som vi skal teste ut.

Torsdag 07.02.02 (to timer)
I dag testet vi hypotesene våre. Det riktige er at 4-erballen rommer 4 liter og 5-erballen 5 liter. De andre hypotesene stemte ikke. Noen jobbet videre med spørreundersøkelsen og utdypet den. De begynte også å spørre folk. Mange arbeidet med å konstruere femkanter, men det var fortsatt ganske problematisk.



En gruppe tok fra hverandre fotballen vi hadde laget i byggeklosser. De ville også lage en arbeidstegning slik at vi kan sette fotballen lett sammen. Vi ville lage en tegning av fotballen når den ligger flat ut, i planet som det heter. Først fant vi en femkant som skulle være i midten. Deretter begynte vi å dra i hver vår ende i byggeklossene. Vi fant ut at det ikke gikk å la fire jenter dra i fotballen fra hver sin side. Det ble bare kaos, og vi fikk den ikke til å ligge flat på pulten.

Så begynte to jenter å arbeide litt mer systematisk. De fant en bunn og en topp. Toppen tok de av. Deretter tok de fotballen fra hverandre i et mønster. Etterpå sjekket de at det gikk an å sette den sammen slik. Det mønsteret vi fikk når fotballen var flat, tegnet vi over på en plakat. En av guttene brukte tegningen til å kutte opp en brukt fotball og brette den ut i et stykke. Han ville finne ut hvordan den var sydd sammen. Det må vi vite når vi skal lage vår fotball.

Mandag 11.02.02 (en time)
I dag kontrollerte vi at vi hadde fått med alt i gruppeloggene. Så fortalte hver gruppe for klassen hvor langt de hadde kommet i arbeidet, og hvor de eventuelt satt fast. Vi ble enige om at de som hadde anledning, måtte gå hjem og spørre om hjelp til å konstruere femkanten. Gruppen som skal lage spørreundersøkelsen fikk et tips om at de burde teste den ut på noen få personer før de begynner å spørre mange.

Torsdag 14.02.02 (to timer)
Noen elever holdt på med spørreundersøkelsen, mens andre studerte vinkelsummen i mangekanter og fant en sammenheng. Faren til en jente i klassen hadde tipset læreren om hvordan vi kan konstruere en femkant. Dette arbeidet mange med, og vi klarte å konstruere noen femkanter. Det var godt å kjenne at det endelig løsnet!

Mandag 18.02.02 (en time)
I dag diskuterte vi hvordan utstillingen og fotballen skal se ut. En elev kom på at han hadde sett et Newton-program om hvordan man lager en fotball i lær. Vi skal prøve å få tak i dette programmet på AV- sentralen.

Torsdag 21.02.02 (to timer)
Tre grupper prøvde å lage en beskrivelse av hvordan man konstruerer en femkant. Noen var nede på

Intersport og spurte om tips til å lage fotballen. De ble anbefalt å ringe til Umbro.

To gutter fant ut mer om det gylne snitt som vi hadde funnet i femkanten. De lurte på hva som var så spesielt med det gylne snitt og hvor man finner det. Dessverre har vi ikke plass i fagrapporten til å skrive om alt de fant ut!

Vi har vært i kontakt med Newton redaksjonen i NRK og Adidas i forbindelse med filmen. Filmen kan vi dessverre ikke få tak i. Vi har også vært i kontakt med Umbro og Adidas for å få noen tips om hvordan vi kan sy en fotball i lær. Vi skjønner at fotballen blir sydd med innsiden ut til å begynne med. Etterpå vrenges den. Men det blir vanskelig å få til den siste sømmen som skal «lukke» fotballen. En ansatt på Umbro har sett hvordan det gjøres, men det var i Pakistan så det blir jo litt langt å reise! For i dag husker han det ikke. Det «læret» som fotballene blir laget av, kan verken Umbro eller Adidas skaffe oss. De får tilsendt fotballene fiks ferdig! De anbefalte oss derfor å lage fotballen i et annet materiale.

Læreren vår har funnet et PostScript-program på Internett. Programmet kan skrive ut maler for romlegemer. Malene kan vi klippe ut og lime sammen. Læreren vår fikk ikke programmet til å virke, så han sendte en mail til Ole Arntzen, som har laget det. Arntzen laget en fotball og sendte den til oss. Vi sammenlignet Arntzens tegning med den tegningen vi allerede hadde laget. De var ikke helt like, men begge modellene gir en fotball når de settes sammen. Vi prøvde også å lage en fotball i papir etter Artsens modell. Det var vanskelig, fordi papiret var tynt og ballen liten. Det ble mye bedre når vi forstørret malen og brukte tykkere ark.

Torsdag 07.03.02 (to timer)
I dag fikk vi en idé til utstillingen. Vi fargelegger den fotballmalen vi fikk gjennom Internett og lager fotballer som vi henger opp.

Tre jenter skrev resultatene fra spørreundersøkelsen inn på data, og laget diagrammer av det. De så at vi nesten bare hadde spurt unge folk. Vi fant derfor ut at vi måtte få noen flere eldre med i undersøkelsen. Alle i klassen fikk to spørreskjemaer. Så nå er det bare å gå hjem og spørre noen over 50 år!

Fredag 08.03.02 (to timer) og mandag 11.03.02 (to timer)
Disse to dagene skrev vi på fagrapporten og prosessloggen.

Onsdag 13.03.02 (en time)
I dag diskuterte vi om vi skal lage en fotball i stoff eller tre. Vi skrev opp fordeler og ulemper med begge materialene. Vi vil også ha en stor plakat i utstillingen. Vi diskuterte hvordan den skal se ut.

Torsdag 14.03.02 (to timer)
Læreren vi har i kunst og håndverk er flink med grafikk og data. Han kan hjelpe oss med å lage en plakat til utstillingen. I dag laget vi skisser som forteller hva vi vil ha med på plakaten og hvordan den skal se ut. Nå skal han komme med et forslag som vi kan kommentere. Vi vil gjerne takke Tobias Andersen for hjelpen.

Vi arbeidet også med å gjøre prosessloggen og fagrapporten ferdig.

Mandag 18.03
I dag må vi levere rapporten til redigering, derfor rekker vi ikke å skrive mer. Men vi har tenkt å bruke de neste dagene til å lage en fotball. Vi må prøve det vi har lært i praksis, og så vil vi jo ha en fin utstilling!

Når vi ser tilbake på prosjektperioden er vi godt fornøyd med arbeidet vårt. Vi mener selv at det var en original og god idé å lage en fotball. Dermed fikk prosjektet vårt en fin blanding av teori og praksis. Vi synes også det er gøy at vi kan få svar på spørsmål som vi ikke visste svaret på i utgangspunktet. Det var mer spennende matematikk i fotballen enn vi ante da vi startet!

Det var litt dumt at vi ikke kunne lage fotballen i lær, men det førte faktisk til at vi måtte være veldig kreative for å finne en god erstatning. Som dere ser i rapporten har vi brukt en del tid på å diskutere hvordan vi skal lage fotballen. I dag bestemte oss for å sy en ”Abelball” i tøystoff, og vi er sikker på at den skal bli fin!

Fagrapporten

Forord

Hvorfor valgte vi å studere fotballen? Det var nok fordi vi så en mulighet til å gjøre mye praktisk arbeid, ikke bare sitte ved en pult og regne. Dessuten så vi ganske fort at det var mye matematikk i fotballen.

Da vi hadde valgt å studere fotballen, diskuterte vi hvordan vi skulle angripe prosjektoppgaven. Vi ble enige om å lage en oppskrift som viser hvordan vi kan lage en fotball helt fra bunnen av.

Klassen hadde nettopp studert Eulers polyedersetning i matematikktimene. Derfor lurte noen på om denne setningen gjaldt for fotballen. Vi lurte også på hvorfor det kalles 4-erball og 5-erball, og laget fem hypoteser som vi ville undersøke.

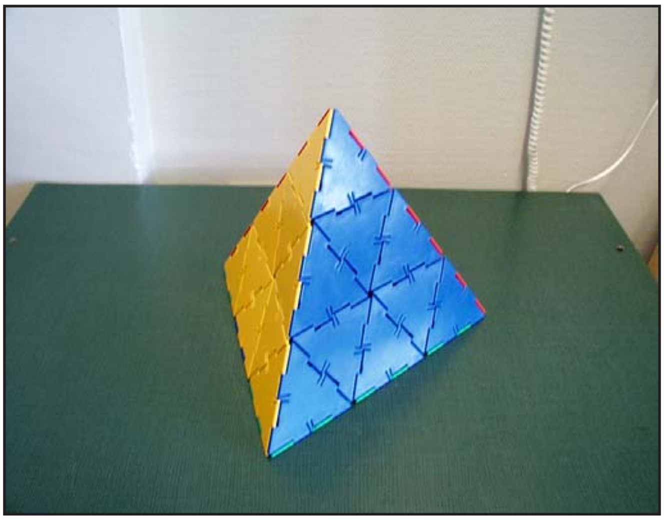
Noen elever hadde lyst til å lage en spørreundersøkelse, for å undersøke om barn og voksne vet hvordan fotballen er bygd opp.

Vi samlet problemstillingene våre i to deler:

Del 1: Hva slags matematikk finner vi i en fotball?

a) Gjelder Eulers setning i en fotball?
b) Hvordan setter vi sammen femkanter og sekskanter så det blir en fotball?
c) Hvordan konstruerer vi regulære femkanter og sekskanter?
d) Hvorfor heter det 4-erball og 5-erball?

Del 2: Hva vet folk om fotballen?



Regulære romlegemer

Vi fant ut hvor mange kanter, hjørner og sideflater det var på hvert av de regulære romlegemene:

	Tetraeder	Oktaeder	Heksaeder	Dodokaeder	Ikosaeder
Hjørner	4	6	8	20	12
Kanter	6	12	12	30	30
Sideflater	4	8	6	12	20

Eulers polyedersetning

Deretter gav læreren oss i oppgave å se om vi kunne finne en formel som passet til romlegemene. Han sa: «Prøv om dere kan bruke alle fire regneartene og lage et regnestykke som gir to til svar».

Vi begynte med tetraederet og telte kantene, hjørnene og sideflatene. Da fant vi ut at hvis vi plusset hjørnene med sideflatene, og tok bort kantene, fikk vi 2. Dette testet vi på de andre regulære romlegemene vi hadde bygd. Vi fant ut at sammenhengen gjaldt i alle.

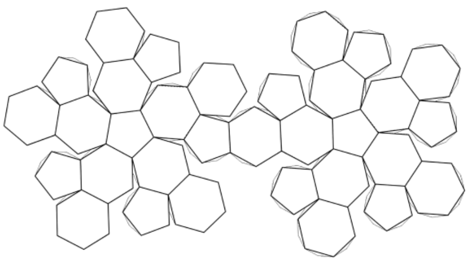
Dette gir formelen: Hjørner + sideflater - kanter = 2.
Forkortet: $H + S - K = 2$.

Vi ville nå finne ut om dette kunne fungere på fotballen. Læreren vår fortalte oss at denne formelen heter Eulers polyedersetning. Han trodde ikke Eulers setning ville gjelde for fotballen, men det sa han ikke til oss, og oppmuntret oss i stedet til å undersøke det. Da vi telte fant vi 60 møtepunkter (hjørner), 90 sømmer (kanter) og 32 lapper (flater). $60 + 32 - 90 = 2$. Det vil si at Eulers formel stemmer på fotballen, og at læreren vår tok feil.

Dette syntes vi var interessant. Senere leste vi litt om Leonhard Euler. Han var en sveitsisk matematiker. Da fikk vi bekreftet at setningen hans gjaldt for alle romlegemer, slik vi tidligere hadde trodd.

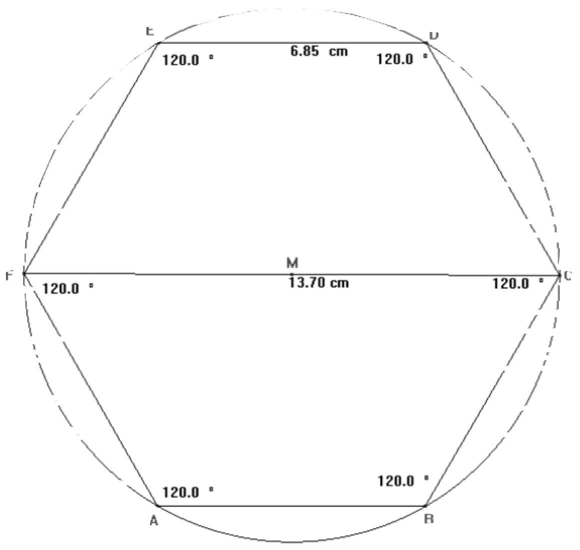
Hvordan kan vi lage en fotball?

Vi fant ut at det er sekskanter rundt hver femkant i fotballen. Hvis vi legger fotballen ut i planet, kan den for eksempel se slik ut:



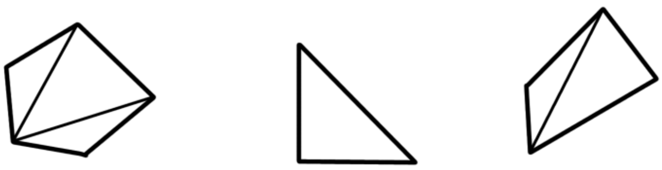
Hvordan konstruerer vi en regulær sekskant?
Først lager du et punkt som du kaller M. Deretter setter du passerspissen i M. Så slår du en sirkel. Sett passerspissen et sted på sirkelen, for eksempel i A. Mål opp lengden til M. Sett passerspissen i A og slå en bue fra midtpunktet ut til sirkelen. Du får nå punktet B. Så setter du passerspissen i B, og lager en ny bue lik den forrige. Slik holder du på til du har fått seks punkter på sirkelen. Du trekker så linjer mellom disse punktene til du har fått en sekskant. Det er viktig at du ikke justerer lengden på passeren underveis.

En sekskant har 720° til sammen. Hver vinkel er 120°. Hvis du trekker en linje gjennom sentrum fra et hjørne til det diagonale hjørnet, er denne lengden dobbelt så lang som hver side i sekskanten. Hvis du for eksempel vil ha sidelengdene i sekskanten på 10 cm, lar du radien være 10 cm.



Hvordan konstruerer vi en femkant?
Ved måling hadde vi funnet ut at vinkelsummen i en femkant er 540°. Men fordi det ble en del diskusjon, spurte vi om læreren kunne hjelpe oss med å bevise at vinkelsummen i en femkant er 540°. Vi trodde vi måtte finne dette fordi vi da kunne dele vinkelsummen på fem og finne ut hvor mange grader hver vinkel i den regulære femkanten er. Da trodde vi at vi skulle greie å konstruere en regulær femkant.

Vinkelsum i mangekanter
Vi regnet ut vinkelsummen i en femkant og en sekskant. Da så vi at det var 180 grader forskjell. Vi trodde at det var 180 grader forskjell hver gang det blir en ekstra kant i mangekantene. Vi tegnet firkanter, femkanter og sekskanter som vi delte i trekanter. Vi delte mangekantene slik at det bare kom vinkler på kantene, og ikke midt inne i selve figuren.



Kanter	3	4	5	6	7	8	9	10
Trekanter i mangekanten	1	2	3	4	5	6	7	8

Her kan vi se at hvis en figur for eksempel har 3 trekanter i seg, er det en femkant. Det er alltid 2 mindre trekanter i figuren enn det er kanter. Dette gjelder uansett om figurene er regulære eller ikke.

Vi vet at vinkelsummen i en trekant alltid er 180°. Vi kan derfor uttrykke det vi har sett slik: Vinkelsum i mangekant = (Antall kanter - 2) * 180

På en forkortet måte: V = (K-2) *180

Det gir disse vinkelsummene:

Kanter	3	4	5	6	7	8	9	10
Vinkelsum	180°	360°	540°	720°	900°	1080°	1200°	1380°

I en regulær mangekant er alle vinklene like store og alle sidene like lange. Det betyr at hver vinkel i en regulær femkant må være 108^o. Derfor begynte vi å lete etter en måte å konstruere en 108^o vinkel på. Vi tenkte at vi måtte halvere og sette sammen vinkler for å få det til, og gikk i gang med friskt mot med utgangspunkt i vinkler på 60^o og 90^o.

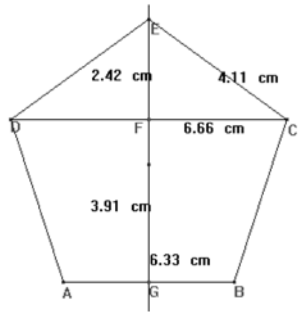
Etter noen timers slit trodde vi at vi hadde løsningen: 120^o-$11{,}25^o$=$108{,}75^o$.

Hvis vi halverer en 90^o vinkel 3 ganger, får vi en vinkel som er $11{,}25^o$. Så satt vi lenge og prøvde å finne ut hvordan vi kunne konstruere en vinkel som er $0{,}75^o$, fordi vi da kunne ta bort $0{,}75^o$ fra den vinkelen vi hadde. Når vi halverte en 90^o vinkel 7 ganger, fikk vi $0{,}703^o$ til svar. Hvis vi halverte 90^o vinkelen en gang til fikk vi $0{,}35^o$. Da vi brukte samme metoden på en 60^o vinkel, var vi ganske langt ifra. Dette førte altså ingen vei.

Mens vi arbeidet med dette, fikk vi et tips fra en av foreldrene om en helt annen metode å konstruere en femkant på. Han kom med et løsningsforslag til en oppgave noen elever i videregående skole hadde arbeidet med. Vi gav løsningsforslaget til læreren vår, og han snakket med en annen lærer. Da lærerne leste løsningsforslaget så de at forholdet mellom diagonalene og sidene i femkanten var 1,62. Den andre læreren visste at dette tallet kalles «det gylne snitt». Denne læreren hadde tidligere arbeidet mye med det gylne snitt, og visste blant annet hvordan vi kunne konstruere et gyllent rektangel. Han gav læreren vår noen tips om hvordan han kunne gå frem, og senere klarte læreren vår å konstruere en femkant ved hjelp av det gylne snitt.

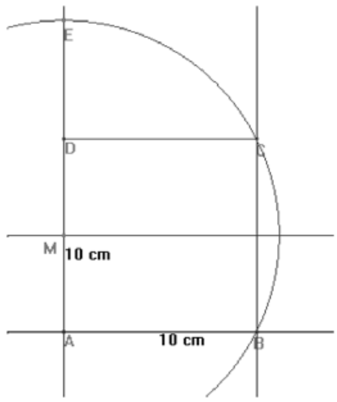
Nå kunne læreren vår hjelpe oss videre. Han ba oss lete etter det gylne snitt i femkanten. Her fant vi det gylne snitt:

- EG/FG=1,618
- FG/EF=1,618
- DC/CE=1,618

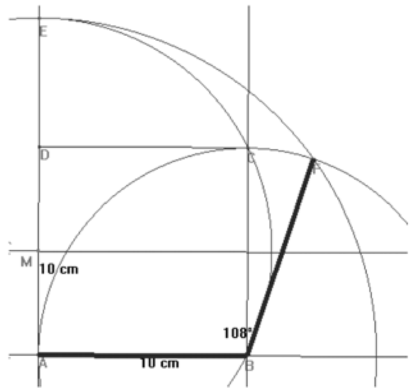


Vi så også at AC/AB = 1,618, og det utnytter vi når vi skal konstruere en regulær femkant.

Hvordan konstruerer vi en regulær femkant? Det første vi må gjøre for å konstruere en femkant, er å konstruere et kvadrat. Vi valgte å la sidene på kvadratet være 10 cm i ABCD. Da får vi greie tall å regne med.



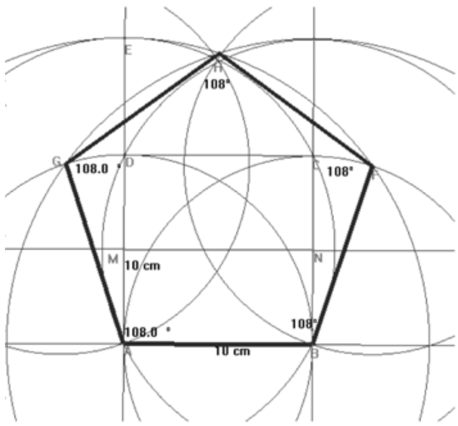
Deretter gjør du slik: Oppreis en midtnormal på AD. Deretter setter du passerspissen i M og slår en sirkelbue fra C til E. Nå er DM = 5cm og DC = 10cm.



Pytagoras gir da: $MC^2 = DM^2 + CD2 = 25cm^2 + 100cm^2 = 125cm^2$ MC = ME = $\sqrt{125}$ cm =11,18cm

Da blir AE = 11,18cm + 5cm = 16,18cm

Siden AE/AB = 1,618 kan vi bruke AE og AB som diagonal og sidekant i femkanten.



Sett passerspissen i A og slå en sirkelbue med AE som radius. Deretter setter du passeren i B og slår en sirkelbue med AB som radius.

Krysningspunktet F ligger 10 cm fra B og 16,18 cm fra A. Det gir AF/ BF = 1,618!
Derfor kan AF være en diagonal i femkanten, og BF kan være en side.

Punktet G kan lages på samme måte. AG blir den tredje siden i femkanten.

Til slutt slår du en sirkel med radius 10 cm fra G og en sirkel med radius 10 cm fra F. Krysningspunktet blir

H, som er det siste hjørnet i femkanten. Hvis du trekker linjestykkene FH og GH, skulle femkanten være helt perfekt konstruert!

Det gylne snitt

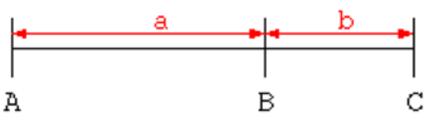
Vi vet ikke helt når det gylne snitt ble oppdaget, men det ble i alle fall kalt for det gylne snitt av Leonardo da Vinci på 1500-tallet. Han brukte det gylne snitt i sine kunstverk, for eksempel i menneskestatuene sine. Vi fant ut at det gylne snitt finnes i mange mennesker. Her er noen få av de målingene vi gjorde:

	Høyde i cm (H)	Lengde fra navle til fotsålen i cm (L)	Forholdet mellom H og L
Elev 1	171,5	103	1,665
Elev 2	175	107	1,635
Elev 3	164	100	1,64
Elev 4	165	102	1,617
Voksen	189	117	1,615

Vi fant også det gylne snitt i et vindu på skolen, i blomster og bygninger.

Prinsippet for det gylne snitt kan utrykkes slik: Et linjestykke er delt ved det gylne snitt når forholdet mellom den store og den lille delen er lik forholdet mellom hele linjestykket og den store delen. Det betyr at:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

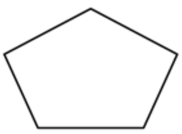


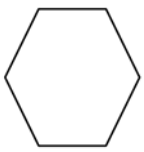
Her er et eksempel på denne formelen. Vi har brukt målingene fra elev 4 :

$$\frac{102cm}{63cm} = \frac{102 + 63cm}{102cm}$$

Hypoteser: Hvorfor heter det 4-erball og 5-erball?

Hypotese 1: I en 4-erball er sidelengdene på femkantene og sekskantene 4 cm, og i 5-erballen er sidelengdene 5cm.





Vi målte sidelengdene på femkantene og sekskantene, og fant ut at sidelengdene i en 5-erball er 4,4 cm. I en 4-erball er sidelengdene 4,2 cm. Dermed fant vi ut at denne hypotesen ikke er riktig.

Hypotese 2: 4-erballen har færre femkanter og sekskanter enn 5-erballen.
Hypotesen stemmer ikke, fordi det er 12 femkanter og 20 sekskanter i begge ballene.

Hypotese 3: Omkretsen er 4 dm i 4-erballen og 5 dm i 5-erballen.
Ved hjelp av et tau og en målestav fant vi ut at omkretsen på en 5-erball er 68 cm. I 4-erballen er omkretsen 66 cm.

Dermed har vi vist at denne hypotesen ikke er riktig.

Hypotese 4: Volumet er 4 liter i 4-erballen, og 5 liter i 5-erballen.
Det var ikke mange i klassen som trodde på denne hypotesen før vi testet den. Vi ble tipset av læreren om å se i naturfagboka for 8. klasse, fordi der stod det noe om hvordan du kan finne volumet av legemer med uregelmessig form, for eksempel en stein. Vi fant ut at vi kan bruke den samme metoden når vi skal måle ut volumet i en ball, selv om fotballen ikke er uregelmessig. I boka står det at hvis vi slipper en stein ned i ei bøtte med vann, stiger vannet like mye som volumet av steinen. Dette gjorde vi med 4-erballen og 5-erballen.

Vi tok vann i ei bøtte. Da vi tok oppi 4-erballen steg vannet 4 liter. Med
5-erballen steg vannet 5 liter. Det viser at 4-erballen rommer 4 liter, og at 5-erballen rommer 5 liter. Dermed har vi vist at denne hypotesen er riktig.

Vi ville også finne ut hvordan vi kan regne ut volumet i en ball. Vi fant en formel for volumet av en kule:

$$V = \frac{4 \bullet r^3 \bullet \pi}{3} \qquad V = \text{Volumet og } r = \text{radien.}$$

Hvis vi setter inn radiene vi har regnet ut, finner vi at volumet i 4-erballen er 4 liter, og at volumet i
5-erballen er 5 liter. Det stemmer ikke helt for
5-erballen, men det tror vi skyldes måleunøyaktighet når vi fant diameteren.

Hypotese 5: Radien eller diameteren er 4 dm i
4-erballen og 5 dm i 5-erballen.
Vi målte omkretsene og fant ut at i en 5-erball er omkretsen 68 cm, og i en 4-erball er omkretsen 66 cm.

Forholdet mellom omkrets og diameter er:
O = π * d eller O = π * (2*r).

Da fikk vi disse tallene:

4-erball:	Diameteren = 66 cm / 3.14 = 21.02 cm
	Radien = 21.02 cm / 2 = 10,51 cm
5-erball:	Diameteren = 68 cm / 3.14 = 21.66 cm
	Radien = 21.66 cm / 2 = 10.83 cm

Hypotesen stemmer ikke.

Hva vet folk om fotballen?

Her er noe av det vi fant ut da vi tolket resultatene vi fikk inn gjennom spørreundersøkelsen:

Spm. nr. 1 viser at godt over halvparten av de spurte aldri spiller fotball. Veldig få spiller fotball hver dag eller annenhver dag.

Spm. nr. 2 viser at vi hadde spurt flest i aldersgruppen 0-19 år og 40-49 år. Det viser seg også at vi har spurt veldig få over 60 år, selv om vi forsøkte å spørre eldre folk.

Spm. nr. 3 viser at de fleste trodde det var matematikk i oppbygningen av en fotball. Grunnen var nok at vi sa at vi var med i en matematikkonkurranse da vi presen-terte oss. Hvis vi hadde foretatt denne spørreunder-søkelsen igjen, ville vi nok tatt bort dette spørsmålet.

Spm. nr. 4 viser at godt over halvparten ikke kunne forklare hvordan fotballen er bygd opp.

Av de som påstod at de kunne forklare det, fant vi få gode svar.

Uten hjelp svarte 18 personer at fotballen er bygd opp av femkanter, og 18 personer fikk med sekskanten. Med hjelp svarte 24 av 86 personer at det var femkanter den var bygd opp av, mens 25 av de som fikk hjelp, svarte at de trodde den var bygget opp av sekskanter. Det var faktisk en del som svarte at den var bygget opp av åttekanter. Resten jevnet seg ut.

Spm. nr. 5 viser at det bare var 1 av 114 som uten hjelp kunne si hvorfor det heter 4-erball og 5-erball.

Når folk fikk hjelp av hypotesene ble svarene veldig spredd. Det viser kanskje at folk ikke har så mye peiling? De samlet seg i alle fall ikke om det riktige svaret, selv om de fikk hjelp.

Hvis du studerer tallene i spørreundersøkelsen ser du at ikke alle har svart på alle spørsmålene. På spm. 4a har det sannsynligvis blitt gjort en tellefeil. Antall svar på dette spørsmålet er noe høyt. Vi kar ikke hatt tid til å telle gjennom svarene på nytt.

Konklusjon

Vi har i grunnen fått svar på alle spørsmålene vi hadde da prosjektet startet. Nå vet vi hvordan fotballen er bygd opp og hvordan vi kan lage en fotball helt fra bunnen av. Underveis ble vi likevel overrasket over at så få andre kunne svare på de spørsmålene vi arbeidet med. Mange visste for eksempel at 4-erballen er mindre enn 5-erballen, men det var bare en av de vi spurte som kunne svare helt presis uten at vi hjalp til. Selv folk som arbeider med fotballer til daglig var ikke klar over at en 4-erball rommer 4 liter og en 5-erball 5 liter. Det overrasket oss!

Mot slutten oppdaget vi at ikke alle fotballene på markedet er bygd opp av 5-kanter og 6-kanter. Vi tror for eksempel at Mitreballene likner på en basketball eller volleyball, men vi har ikke fått et helt klart svar på det. I butikken fant vi i alle fall en ny fotballtype som er bygd opp av tolvkanter. Vi har likevel inntrykk av at de vi spurte tenkte på en ”vanlig” fotball når de svarte på spørreundersøkelsen vår. Vi tror derfor ikke at dette har påvirket undersøkelsen, men vi kan ikke utelukke det helt.

De gøyeste timene har vi hatt når vi har jobbet med noe praktisk, for eksempel når vi laget fotballer i papir. Det var også artig å lage kreative forslag til hvordan fotballen vår kunne se ut. Nå gleder vi oss til å sy fotballen! Det mest slitsomme var nok å skrive oppdagelsene vår inn på data. Da måtte vi være så nøye for at andre skulle forstå det! Dessuten måtte vi stadig forkorte og skrive om, og det ble vi litt lei av i lengden!

Underveis har vi kikket litt på håndballen. Den er også bygd opp av regulære femkanter og sekskanter. Hvis vi hadde hatt tid kunne vi undersøkt håndballen enda nøyere. Hvor stort volum har håndballen? Brukes volumet til å angi størrelsen på håndballen? Her ser vi muligheter til å utvide prosjektet.

Vårt hovedinntrykk er altså at folk ikke har særlig mye kunnskap om hvordan fotballen er bygd opp. Vi synes likevel ikke at det er rart, for vi hadde heller ikke peiling på så mye av dette før vi startet med prosjektet. Det forteller oss at det sikkert er matematikk i mange ting vi har rundt oss som vi aldri tenker over. Kanskje vi blir litt mer oppmerksomme på matematikken i dagliglivet i fremtiden?

Vedlegg

Spørreundersøkelse om fotballen

Forslag:
"Vi går i 9.klasse ved Samfundets skole og er kommet til semifinalen i KappAbel, en matematikkonkurranse for 9.klasser i Norge (og Norden). Vi holder nå på med et prosjekt om matematikk og sport og lurer på om du vil svare på noen få spørsmål."

Spørsmål 1
Hvor ofte spiller du fotball?

Hver dag   Annenhver dag   En eller to dager i uka   Av og til   Aldri

Spørsmål 2
Alder.

0-9   10-19   20-29   30-39   40-49   50-59   60-69   70-79   80-89   over 90

Spørsmål 3
Tror du det finnes matematikk i oppbygningen av en fotball?

Spørsmål 4
a) Kan du forklare hvordan en fotball er bygd opp?

Ja   Nei

Hvis de svarer ja skriver du ned forklaringen her:

Hvis ja: Kan du forklare hvorfor du visste det?

Hvis den du spør svarer nei:
b) Hvilke geometriske figurer tror du fotballen er bygd opp av?

Hvis den du spør trenger enda mer hjelp:

c) Hvilke av disse geometriske figurene tror du fotballen er bygd opp av?

Trekanter Firkanter Femkanter Sekskanter Syvkanter Åttekanter Sirkler

Spørsmål 5
a) Noen fotballer er kalles 4-erballer og noen kalles 5-erballer. 4-erballer er mindre enn 5-erballene og brukes derfor til barn og unge. 5-erballen brukes av voksne. Vet du hvorfor det heter 4-erball og 5-erball?

b) Vi har noen forslag. Tror du det er fordi:

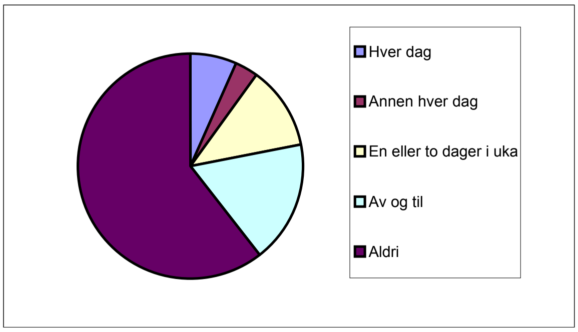
Hypotese (gjetting)	**Ja**	**Nei**	**Vet ikke**
I en 4’erfotball er sidelengdene på femkantene og sekskantene 4 cm, og i 5’erfotballen er sidelengdene 5 cm.			
4’erballen har færre femkanter og sekskanter enn 5’erballen.			
Omkretsen er 4 dm i 4’erfotballen og 5 dm i 5’erfotballen.			
Volumet er 4 liter i 4-erballen og 5 liter i 5-erballen.			
Radiusen eller diameteren er noe med 4 dm i 4’erballen og noe med 5 dm i 5’erballen.			

Til slutt:
”Takk for at du deltok i undersøkelsen!”

Spørreundersøkelse

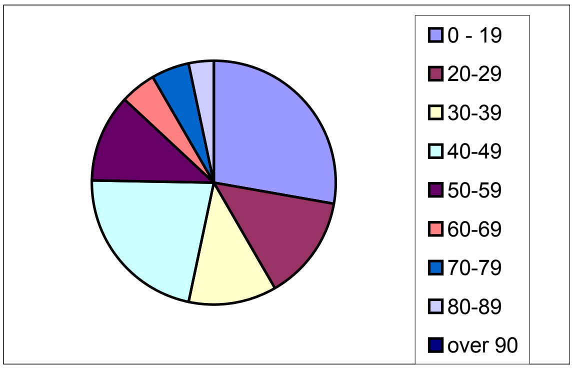
1. Hvor ofte spiller du fotball?

Hver dag	8
Annen hver dag	4
En eller to dager i uka	14
Av og til	21
Aldri	72



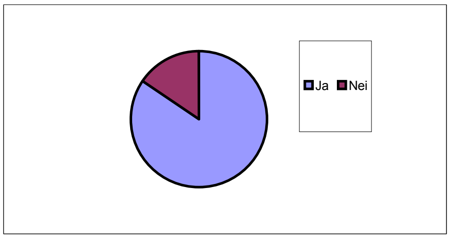
2. Aldersfordeling

0 - 19	34
20-29	17
30-39	14
40-49	27
50-59	14
60-69	6
70-79	6
80-89	4
over 90	0



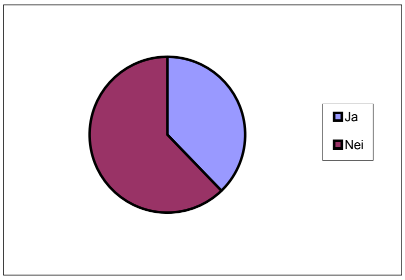
3. Tror du det finnes matematikk i oppbyggingen av en fotball?

Ja	104
Nei	19



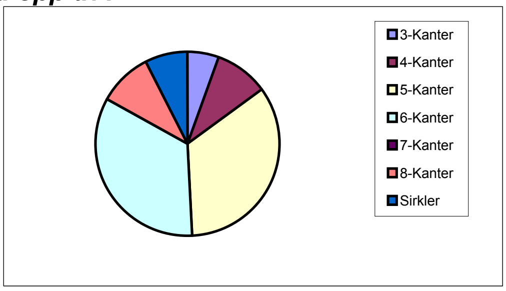
4a. Kan du forklare hvordan en fotball er bygd opp?

Ja	51
Nei	84



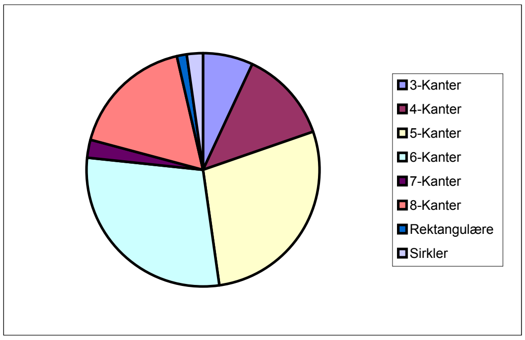
Uten hjelp:
4 b. Hvilke geometriske figurer tror du fotballen er bygd opp av?

3-Kanter	3
4-Kanter	5
5-Kanter	18
6-Kanter	18
7-Kanter	0
8-Kanter	5
Sirkler	4



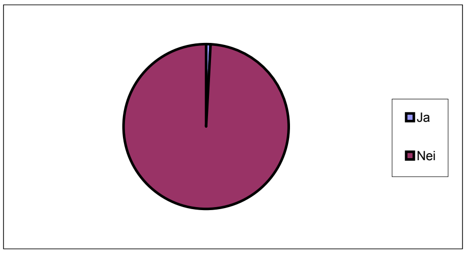
Med Hjelp:
4 c. Hvilke geometriske figurer tror du fotballen er bygd opp av?

3-Kanter	6
4-Kanter	11
5-Kanter	24
6-Kanter	25
7-Kanter	2
8-Kanter	15
Rektangulære	1
Sirkler	2



5a. Vet du hvorfor det heter 4-erball og 5-erball?

Ja	1
Nei	113



5 b. Hypotese (gjetting)

	ja	nei	vet ikke
Hypotese 1	43	31	37
Hypotese 2	35	42	28
Hypotese 3	29	39	37
Hypotese 4	42	33	33
Hypotese 5	24	44	37