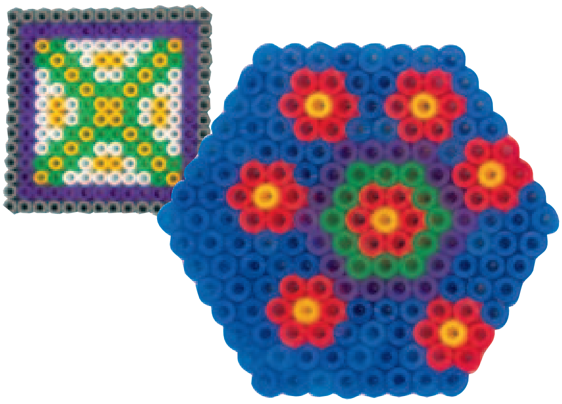
21. mars, 2001

Matematikk i "perle-lek"

9. klasse v/Samfundets skole

Innhold



Kilder

- Kap. 4 i Regnereisen 8A, Breiteig – Pedersen – Skoogh
- Om figurtall og om tessellasjoner i Matematikk for lærere, Trygve Breiteig og Rolf Venheim
- Artikler funnet på internett, skrevet av Bente Vagstad Seime:

  – Matematikk og brikkevev

  – Matematikk i gamle mønster

  internettadresse: http://it-student.hivolda.no/prosjekt/v00/Matematikk_og_vev/index.html
- 1. klasse v/Samfundets skole i Kristiansand

Vi har vært i klassen og sett elevene arbeide. Vi snakket også med elevene underveis og prøvde å få fram noe om hva de tenkte inni hodet når de jobbet med perlefigurene.

Prosesslogg

Vi begynte lenge før jul å snakke om et matteprosjekt. Men vi kom liksom ikke ordentlig i gang - det var jo snart juleferie!

På nyåret gjennomførte vi andre runde i KappAbel og fikk bare 35 poeng da vi skreiv inn svarene våre på internett. Nå var vi enda mindre gira på matematikk i lek og spill.

Men så kom læreren vår en morgen med denne beskjeden: Det var feil i fasiten! Alle oppgavene deres var riktig løst. Dere har fått 40 poeng også i andre runde.

Da var vi jo nokså sikre på at vi skulle gå videre siden vi hadde 40 poeng i begge rundene og vi visste jo at det ikke var noen andre i Vest-Agder som hadde fullt hus i første runde.

MEN: Nå måtte vi altså i gang med et prosjekt. Og nå var motivasjonen på topp!

Mandag 29.01.01
Vi bestemte oss for hva prosjektet skulle handle om: Matematikk vi kommer i kontakt med når vi perler figurer, og vi ville ta utgangspunkt i første klasse.

Særlig en av guttene var tvilsom til om vi kunne finne noe særlig matematikk i et slikt prosjekt. Han ønsket noe mer avansert. Men vi klarte med lærerens hjelp å overtale han.

Vi valgte ut fire jenter som skulle besøke 1. klasse for å få dem til å perle noen figurer til oss.

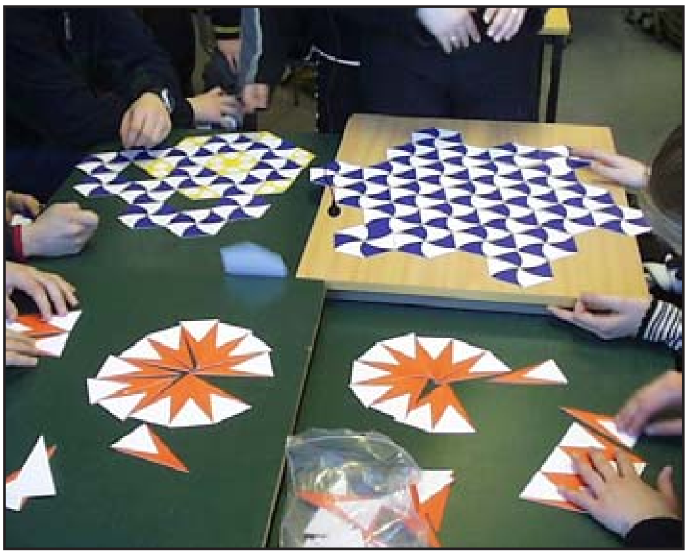
Torsdag 01.02.01
Vi diskuterte i klassen hvordan de som skal inn i førskolen skal presentere oppgaven for dem. Skulle vi gi dem noen hint om hva vi var ute etter? Vi ble enige om at vi skulle spørre om de kunne lage noe fint med mønster. Vi diskuterte også matteinnholdet i vårt prosjekt.

Vi skrev innledningen på prosessloggen.

Fredag 02.02.01
I dag delte vi oss i fire grupper. Ei gruppe var på besøk i første klasse og fikk førsteklassingene til å perle fine figurer til oss. Disse figurene skal vi analysere og finne matematikk i.

De tre andre gruppene studerte perlebrett. Ei gruppe arbeidet med det kvadratiske brettet, ei gruppe arbeidet med sirkel-brettet og ei gruppe arbeidet med det sekskanta brettet.

Før vi startet på arbeidet med perlebrettene, diskuterte vi hvilke brett vi skulle studere. Vi innså allerede nå at vi burde konsentrere oss om noen, og ikke alle. Stjerne og hjerte ble valgt bort og vi var enige om at vi ikke skulle studere og beskrive de to figurene.



Fire ivrige jenter kom tilbake fra første klasse: Førsteklassingene var knall-flinke. Vi har fått mange fine fiugrer.

Alle i klassen må se på resultatet.

Mandag 05.02.01
1. time: Gruppene som hadde arbeidet sammen på fredag arbeidet med å skrive hva vi gjorde på fredag og hva vi fant ut

2. time:
Vi diskuterte i klassen hvordan vi skulle skrive problemstillingen vår. Vi valgte å skrive den i tre deler. Det var sikkert fordi vi hadde snakket om tre forskjellige ting å arbeide med, akkurat som tre oppgaver. Problemstillingen står i forordet i rapporten.

Torsdag 15.02.01
Vi snakket om hva vi synes var viktige egenskaper hos deltakere i semifinalen. Vi kom frem til:

1)Være gode i matte

2) Være gode til å fremføre

3) Være gode til å samarbeide.

Noen i klassen sa sin mening om hvem de syntes burde reise, og hvorfor.

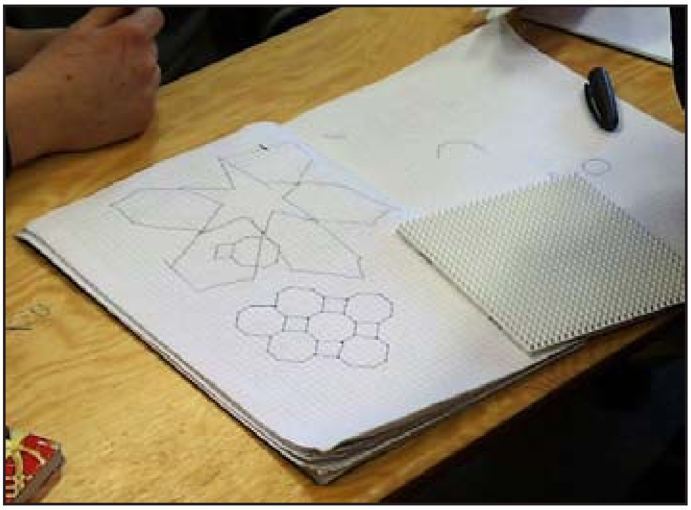
Fredag 16.02.01
Vi oppsummerte litt omkring prosjektet vårt og begynte å snakke om klassens kunstprodukt. Det var mange meninger i klassen om hva vi burde lage og hvordan vi skulle lage det.

Seinere på dagen brukte vi igjen tid til å snakke om hvem som skulle reise til semifinalen. Vi hadde «nominasjon» og gjennomførte et valg.
Resultatet ble:

Helge – 21 stemmer
Hilde – 20 stemmer
Marit – 13 stemmer
Steffen – 11 stemmer
William – 9 stemmer
Caroline – 6 stemmer

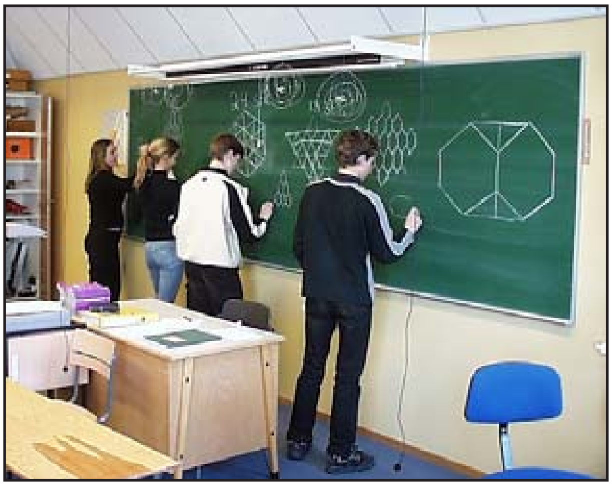
De fire øverste ble valgt, mens de nedenfor er reserver.

Onsdag 21.02.01
Vi arbeidet noe med sammensetning av figurer. Vi klipte ut trekanter, firkanter, femkanter og sekskanter og puslet med disse for å finne sammensetninger som var flatedekkende. De fire jentene som i starten besøke første klasse, arbeidet med å beskrive seksåringenes «perlinger».



Fredag 23.02.01
I dag arbeidet vi videre med klassens kunstverk. Vi så på forkjellige figurer igjen og arbeidet med beregning av vinkler og vinkelsummer i mangekanter. Vi regnet ut om de forskjellige sammensetningene ville være flatedekkende.

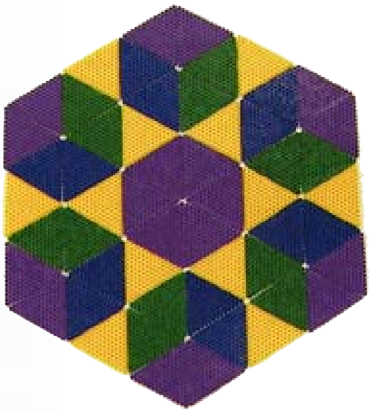
Elevgrupper laget forslag til hvordan formen på vårt kunstverk skulle være, og vi tegnet forslagene på tavla. Til slutt var alle enige om at vi skulle lage en stor sekskant. Men det ble heftig diskusjon i klassen om den store sekskanten skulle bygges opp av trekanter eller av sekskanter. Ei jentegruppe forsvarte sin «tre-kant-ide» mens ei guttegruppe snakket veldig overbevisende om sin sekskantide. Til slutt måtte vi ha avstemming og resultatet ble: Vi lager en sekskant bygget opp av likesidede trekanter.



Mandag 05.03.01
Vi arbeidet videre med klassens kunstverk. I dag diskuterte vi fargesammensetning. Vi ønsket å farge forslag så vi kunne se det for oss, men da kom en stor utfordring: Å tegne nøyaktig den store sekskanten delt inn i alle disse trekantene. Så måtte vi arbeide med det.

Men vi fikk farget en del forslag. Og igjen var det avstemming for å avgjøre hvilke forslag vi skulle velge.

Tirsdag 06.03.01
I dag brukte vi kunst og håndverktimene til å lage kunstverket vårt. Vi laget to kunstverk, og nedenfor er bilde av kunstverk nummer to. Vi synes denne figuren spesielt fremhever tredimensjonale former.

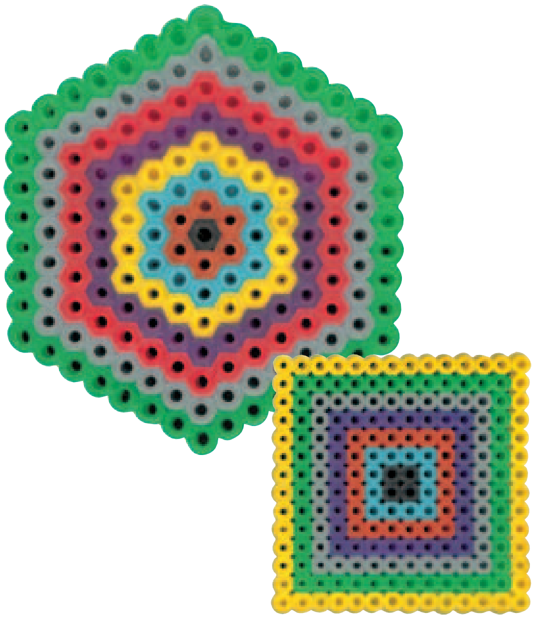


Fredag 09.03.01
I dag gjorde vi mye skriftlig arbeid, av det som skal være med i den faglige rapporten. Noen arbeidet også med klassens kunstverk.

I uke 11 jobbet vi med å skrive rapporten. Elever jobbet i små økter med å skrive tekster og redigere tekster. Og «skolens grafiske formgiver», Tobias Andersen; har hjulpet oss med å sette sammen tekst, bilder og skisser til en endelig rapport. Takk for hjelpen Tobias Andersen!!

Fredag 16.03.01
Vi skrev konklusjon.

Dette var prosess-loggen. Men vi må føye til at vi i hele perioden fra nyttår til vi leverte arbeidet vårt stadig har hatt samtaler i klassen om større eller mindre ting. Hele tiden har vi holdt arbeidet varmt og holdt på med noe omkring prosjektet. Mange elever har også arbeidet hjemme med tegning, farging og skriving. Innimellom har noen vært i sløyden og pusset og malt og limt for å få kunstverket vårt ferdig.



Forord

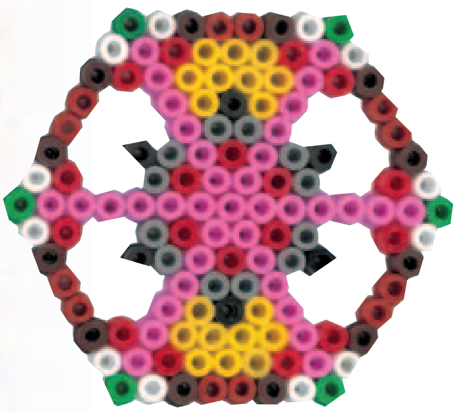
Det siste emnet vi arbeidet med i mattetimene i fjor høst var geometri, og vi studerte symmetrier og rotasjoner. I den forbindelse hadde læreren vår med perlefigurer som fem-åringer hadde laget og vi fant symmetrier og rotasjoner i disse figurene.

Vi tror at dette var med på å gi oss ideen om å arbeide med perling da vi skulle velge et prosjekt i forbindelse med KappAbel-konkurransen. Og det ble denne ideen som vant i klassen fremfor andre ideer som korttriks, lage et spill, studere vanlige spill som f.eks Ludo, matematikk på sjakkbrett osv.

Da vi snakket om aktuelle prosjekter i klassen, ble det i forbindelse med «perle-ideen» nevnt konkrete oppgaver vi kunne jobbe med, og det var ikke like mange ideer knyttet til noen av de andre prosjektforslagene. Dette var sikkert også med på å styre valget vårt. Vi så for oss hvordan vi skulle komme i gang, og vi klarte å sette opp tre oppgaver eller problemstillinger:

1) Vi ville ta utgangspunkt i 6-åringers arbeid og se hvor mye symmetri og rotasjon vi fant i slike arbeider. Vi ønsket også å se noe på hvordan de små elevene bygger opp sine perlefigurer.
2) Noen i klassen var redd for at det skulle bli for lite avansert, og det var da ideen kom: Hvordan er perlebrettene bygd opp? Kan vi finne noen systemer som vi kan klare å beskrive matematisk?
3) Klassen ville lage «klassens perle-kunstverk» og beskrive hvordan vi laget det og være bevisst på å lage noe som vi kunne beskrive symmetrier og rotasjoner i.

Og da var vi i gang!



Perlefigurer
laget av elevene i første klasse

Vi startet prosjektet vårt med besøk hos første klasse. Fire jenter fra vår klasse hadde fått oppdraget å få førsteklassingene til å perle fine figurer til oss. I utgangspunktet var vi på jakt etter å se om figurene til disse små barnene inneholder symmetrier: speiling og rotasjon.

De fire jentene forteller:

Vi presenterte oss, og spurte om de kunne perle noe fint. Vi spurte om de visste hva mønster var, og det visste de. Vi sa at vi skulle bruke figurene de perlet til oss til noe arbeid på skolen, og at de skulle få en premie hvis de ble fine. Det ble laget 23 perlefigurer til sammen, fordelt mellom stjerne, hjerte, kvadrat, sekskant og sirkel. De fleste laget hjerter. Vi sa ingenting om at de måtte lage noe med symmetri eller rotasjon, men likevel ble resultatet slik:

I 6 av figurene finner vi rotasjonssymmetri, og

i 17 figurer finner vi speilingssymmetri,

i 5 figurer finner vi både speilingssymmetri og rotasjonssymmetri,

mens 5 figurer ikke inneholder symmetrier

Hvordan elevene bygger opp sine figurer:

- Mange av elevene begynner på den ytterste raden på brettet og arbeider seg innover. Nesten alle hjertene er bygget opp slik: En rad rundt først, og så har de gjort forskjellig inni.
- Noen perler en rad ytterst først og så begynner de i midten og arbeider seg utover.
- Andre tar og lager forskjellige figurer på brette og fyller opp det som det ikke er tatt noe på til sist.
- Noen få elever begynner i midten og arbeider seg utover.

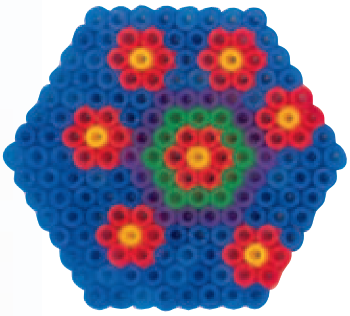
Eksempler på figurer som seksåringene laget

Nr. 1

På denne figuren er den gule perlen i den midterste blomsten forskjøvet mot høyre i forhold til midten. Det var meningen at den skulle være på midten, men det merket ikke eleven før på slutten. Da utbrøt hun: «Å nei! Nå ble det feil!».

På grunn av denne forskyvingen er det ikke noe symmetri i denne figuren. Men vi synes det var interessant hvordan hun reagerte, for vi tror ganske sikkert at hun ville at den skulle være symmetrisk.

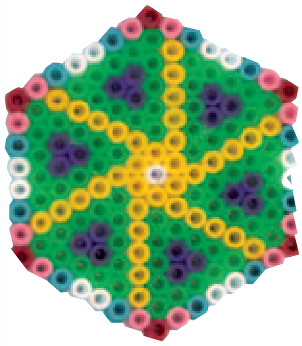
Når elevene begynner på yttersiden, er det mye lettere å få det riktig på midten.



Nr. 2

I denne figuren er det rotasjonssymmetri. Vi synes den er veldig bra laget til å være gjort av en 6-åring.

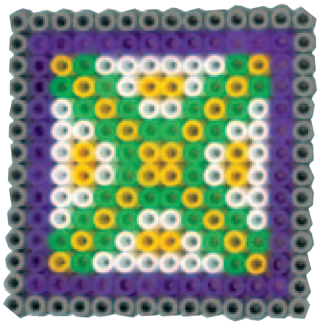
Oppbygging: Begynner utenfra med en ring av forskjellige perler. Deretter trekanter i grønt og blått, og så gule linjer utenpå der igjen. Det ble etterhvert en veldig bra sekskant med seks rotasjonssymmetrier: 60 grader, 120 grader, 180 grader, 240 grader og 300 grader. Det er ingen speilsymmetrier i denne figuren.



Nr. 3

Eleven som laget denne figuren, begynte ute og perlet innover to rader. Etterpå tok hun fire perler i midten og perlet seg utover i et kryss med gult og grønt. Til slutt tettet hun igjen med hvitt og gult.

Figuren inneholder fire rotasjonssymmetrier: 90 grader, 180 grader og 270 grader. Det er også fire speilsymmetrier.



Litt refleksjon

Vi synes det var artig å se at små barn bruker avansert matematikk som vi nettopp har lært om nå i 9. klasse når de lager perlefigurer. Vi vet jo at det er ubevisst hos førsteklassingene, men kanskje er det noe vi alle har innebygd i oss? Noen av de små elevene uttalte jo ting som helt tydelig viser at de inni hodet sitt arbeider ut fra at figurene til sist skal være symetrisk på en eller annen måte (se for eksempel under figur nr. 1 ovenfor).

Matematikk i perlebrettene

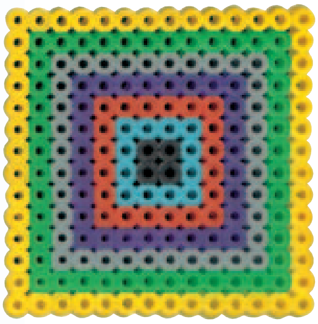
Vi har mange ganger tidligere arbeidet med prikkark, og det er kanskje det som gjorde at vi begynte å tenke på om brettene som vi perler på kan sees på som «prikkbrett»?

Vi leste da om figurtall som har fått det navnet siden det er tall som på en særlig måte kan knyttes til figurer. Antallene av terninger, brikker eller kuler kan bygges i mønstre slik at de danner spesielle figurer. I vårt tilfelle passer dette godt på perlebrettene som er pigger – kalt prikker i denne oppgaven – som er bygd opp i bestemte mønstre.

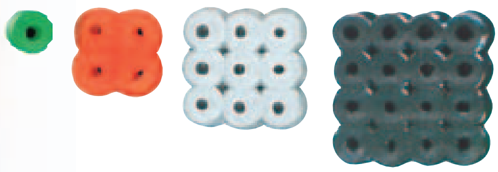
Her må vi bare nevne noe vi synes var litt artig, nemlig at grekerne i skikkelig gamle dager studerte slike figurtall. Sikkert ikke perlebrett??

1. Kvadrattallene

I et kvadratformet perlebrett finner vi kvadrattallene. Vi fant ut at midten av brettet utgjør 4 perler – 2 · 2 – i innerste kvadrat (sort på figuren). I de neste kvadratene vi kan lage er det 4 · 4 (blå), 6 · 6 (orange) osv. Vi så at det var bare partalls kvadrater her, og det er jo fordi vi hele tiden må ta med en prikk på hver side av forrige kvadrat hvis kvadratene skal fortsette å ligge sentrert om midten.



Men vi gjorde det samme en gang til og gikk ut i fra et hjørne. Da ble det annerledes, for da fikk vi 1 · 1 (grønn), 2 · 2 (orange), 3 · 3 (grå) osv. Her fikk vi med oddetalls-kvadratene også.



Så satte vi opp en formel som vi kan bruke for å regne ut antall prikker på et hvilket som helst kvadratisk prikkebrett. Vi må vite hvor mange prikker det er langs den ene siden, dette kaller vi for P. Antall prikker på hele brettet – eller kvadrattallet – blir da: $P \cdot P = P^2$

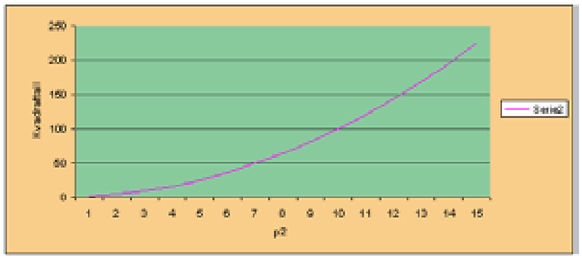
Denne formelen kan vi bruke for å regne ut hvor mange perler det går på et kvadratisk perlebrett. Et kvadratisk perlebrett som førsteklassingene perlet på har 14 prikker langs den ene kanten. Da går det 14 · 14 perler for å dekke hele brettet, altså 196 perler.

Vi kan også gå motsatt vei. Det motsatte av å opphøye i 2 eller kvadrere, er å ta kvadratroten. Da starter vi med et kvadrattall og tar kvadratroten. Det vil si at vi finner det tallet som gange seg selv gir kvadrattallet. Altså kvadratroten av 196 = 14 siden 14 · 14 = 196

Vi satte opp en tabell som viser hvordan kvadrattallene vokser:

P	1	2	3	4	5	6	osv.
Kvadrattallene	1	4	9	16	25	36	osv.

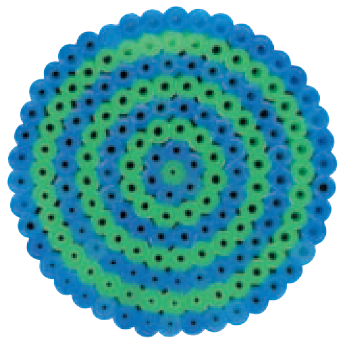
Denne tabellen kan fremstilles i følgende graf:



Grafen viser at kvadrattallene vokser raskere og raskere.

2. Sirkelen

På brettet vi arbeidet med var det 7 ringer med prikker utenpå hverandre (fig.1), men det går jo an å tenke at dette systemet fortsetter mye lenger, ja i det uendelige. Og det var da spørsmålet dukket opp*: Hvordan vokser antall prikker i ringene etter hvert som vi beveger oss utover på brettet?*



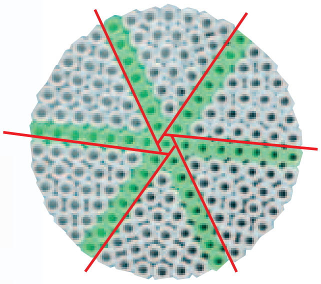
På brettet er det **en** prikk som danner sentrum (p1), og vi tok utgangspunkt i denne. I første ring utenpå p1 er det 6 prikker, i ring 2 er det 12 prikker, i ring 3 er det 18 prikker osv. Vi så nokså fort at det øker med 6 prikker for hver ring utover, og det betyr jo rett og slett at vi fant 6-gangen:

Rad nr. :	1	2	3	4	5	6	osv
antall prikker i raden	6 · 1= 6	6 · 2= 12	6 · 3= 18	6 · 4= 24	6 · 5= 30	6 · 6= 36	osv

Det var jo enkelt!

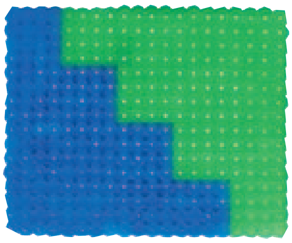
Men så dukket neste spørsmål opp: Hvor mange prikker er det til sammen på brettet, altså hvis vi legger sammen alle ringene utover? Og klarer vi å finne summen hvis brettet også er kjempe stort?

Plutselig kom vi på ideen om det var lurt å dele brettet opp litt. Kanskje er det figurer vi har sett barn har laget som satte oss på denne ideen, for barnene markerer ofte en inndeling i sektorer når de perler på sirkelbrett. Vi valgte å dele sirkelen i 6 like store sektorer ved å trekke tre gjennomgående linjer som går gjennom midtpunktet (p1). For å regne ut hvor mange prikker det var i hele figuren, kunne vi bare regne ut antallet i **en** sektor og multiplisere den med 6.



For hver linje vi går utover på brettet i sektoren øker det med 1 prikk. Dette var samme prinsipp som i fig. «Blå trapp». Denne øker også med en kloss hver gang. Vi lærte at et slikt system kalles trekanttall, og problemet vårt var nå å lage en regel for å beregne trekanttallene.

For å finne ut hvor mange klosser det er i «Blå trapp», kan vi doble figuren, så den blir til en firkant



Hvis vi da ganger sidene med hverandre så blir det dobbelt så mye som i «Blå trapp».

Og siden det er samme prinsipp i sektoren kan vi bruke samme metode.

For hele sirkelen gjelder da:

a = antall prikker i den lengste raden i en 6-dels sirkelsektor

Da kan vi regne ut antall prikker på hele sirkelbrettet slik: $\frac{(a+1)\cdot a\cdot 6}{2}+1$

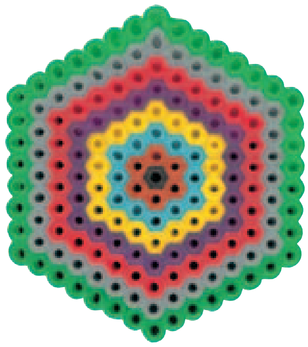
Første del av formelen er jo trekanttallene.

Så må vi gange med 6 siden det er 6 sirkelsektorer og så må vi plusse på 1 som er ei perle i senter.

3. Sekskanten

Vi startet med å se på hvordan antall prikker øker i hver rad utover fra sentrum:

Først er det 1 prikk i midten (sort), og så en liten sekskant med 6 prikker (orange). Denne minste sekskanten som er orange, kaller vi for ring 1 og teller videre ut fra den. Etter dette øker det med 6 prikker for hver omgang. Blå sekskant (ring 2) har 6 prikker mer enn orange, gul trekant (ring 3) har 6 prikker mer enn blå, osv. DET ER JO 6-GANGEN!



Sagt med tall:

Ring 2: $6 \cdot 2 = 12$ prikker

Ring 3: $6 \cdot 3 = 18$ prikker

Ring 4: $6 \cdot 4 = 24$ prikker

osv.

Så ville vi finne ut hvor mange prikker det er totalt i hele sekskanten. Et forslag var da å dele sekskanten opp i 6 like trekanter, og ikke ta med prikken i midten, så finne en formel for hvor mange prikker det var i en hvilken som helst trekant bygget på denne måten når vi bare vet hvor mange rader det er.

En tabell ble laget:

antall prikker i trekantens lengste rad, (også kalt trekanttall-nummer)	2	3	4	5	6
antall prikker totalt i trekanten	3	6	10	15	21

Her er det et system som vi oppdaget: Hvis vi plusser totalt antall prikker i en trekant med neste trekanttall-nummer, får vi totalt antall prikker i denne trekanten. Altså (se på pilene i tabellen samtidig: 3 + 3 (skrå pil) = 6 (pil rett nedover)

Vi satt litt fast nå og visste ikke helt hvordan vi skulle komme videre. Men så begynte vi å sammenlikne arbeidet vårt med «sirkelen-gruppen»,

og da fant vi mye likt. De var kommet lenger enn oss og da vi prøvde deres formel på vår figur, så vi at vi kunne bruke den samme på sekskanten. Sirkelen og sekskanten er altså bygd opp på samme måte med like mange prikker, bare at i sirkelen er prikkelinjene plassert i svak bue, mens i sekskanten er det rette linjer.

A er egentlig trekanttallnummer

Formelen for totalt antall prikker på et sekskantbrett blir da:

$$\frac{A \cdot (A+1) \cdot 6}{2} + 1$$

(Se forklaring hos sirkel-gruppen)

Klassens eget kunstverk

Klassen bestemte tidlig i prosessen at vi ville lage et «kunstverk» i perler, og vi sparte dette til litt uti slik at vi var godt i gang med «teorien» først.

Et kunstverk i perler!? Det lå hele tiden i kortene at hver elev i klassen skulle lage sitt bidrag til et samlet verk. Da vi skulle ta fatt på denne oppgaven, kom diskusjonen med en gang om hva slags figurer vi skulle lage. Og uten at noen hadde sagt det høyt – eller at noen hadde bestemt noe – tenkte tydeligvis de fleste på at det vi skulle lage skulle dekke hele planet.

Da ble det nødvendig med litt matematikkstudie igjen. Hva slags figurer burde vi da satse på; for – hva slags egenskaper må figurene ha for at de skal dekke hele planet?

Vi fant fort ut at sirkler og hjerter ikke kan brukes! Men kunne vi bruke andre figurer enn de vanlige perlebrettene? Vi arbeidet bare med regulære mangekanter. Det vil si figurer der alle sidene er like lange og alle vinklene er like store (Vi lærte at slike figurer heter polygoner)

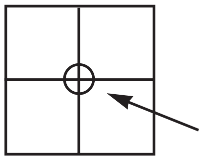
Vi prøvde oss frem med trekanter, firkanter, femkanter, sekskanter og åttekanter (se bildene).

Femkantene gikk det ikke med. Da vi brukte åttekanter, måtte vi innimellom ha kvadrater.

Hvorfor er det slik?

Egenskaper som kreves for at figurene skal dekke flaten

Vi fant ut at vinkelsummen på figurer som skal være flatedekkende alltid er 360 grader.



Summen av alle vinkelene blir 360 grader.

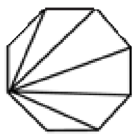
Her: 90+90+90+90 = 360 grader

Nå begynnte vi også å lure på om det gikk an å finne vinkelsummen på mangekanter. Vi jobbet med regulære figurer.

Vi fant ut at vi kunne dele figurene inn i trekanter. Det er alltid to mindre trekanter inni figuren enn det er kanter på figuren. Vi vet at i en trekant er summen av alle vinkelene 180 grader, det kan vi utnytte.

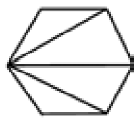
eks. 8-kant

her er det 6 trekanter



eks. 6-kant

her er det 4 trekanter



Er en åttekant flatedekkende?

I en 8-kant er det 6 mindre trekanter.

$6 \cdot 180$ grader = 1080

$$\frac{1080}{8\text{kanter}} = 135$$

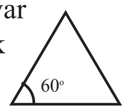
135 går ikke opp i 360, så denne er ikke flatedekkende

Det ser jo litt fint ut med algebra:
En tenkt regulær mangekant med n kanter. Hver vinkel vil være: $\frac{(n-2) \cdot 180}{n}$

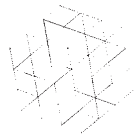
(n-2) gir oss jo antall trekanter i mangekanten, og hver trekant har vinkelsum 180. Så må vi dele på antall vinkler i mangekanten for å finne hver vinkel, og det er jo like mange vinkler som kanter.

Så til fremstillingen av selve kunstverket

Etter en del diskusjon, mange forslag på tavla og demokratisk avstemming, ble vi enige om å lage trekanter og sette sammen. Det var likesida trekanter vi havnet på. I en slik trekant er alle sidene like lange og alle vinklene er 60 grader.



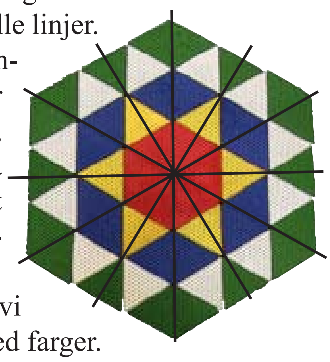
Vi ville lage denne:



Vi diskuterte form nokså lenge, og fra begynnelsen tok vi ikke hensyn til farger. Forslagene våre tegnet vi så nøyaktig vi kunne på frihånd. Men da vi skulle til å tegne nøyaktig for å kunne diskutere fargesammensetning, kom spørsmålet: Hvordan klarer vi å tegne denne sammensetningen av trekanter nøyaktig?

Vi hadde jo sett at figuren vi ville lage bestod av mange 6-kanter, og en sekskant er jo lett å lage med passeren: Bare tegne en sirkel og dele den i 6 med samme passeråpning. Vi begynte slik og oppdaget underveis hvor mange parallelle linjer figuren vår bestod av. Da fikk vi en ny idé til hvordan vi kunne lage figuren: Sette den sammen av tre sett med parallelle linjer.

Disse to måtene å fremstille seks-kanten vår på er vist bak i vedlgg, og de er demonstrert på plakaten vår. Her er det et eksempel på den figuren som vant avstemmingen etter at vi hadde laget forslag med farger.



Symmetrier og rotasjoner i kunstverket vårt

I figuren som vi har perlet, finner vi: 5 rotasjonssymmetrier altså: 60, 120, 180, 240 og 300. Vi finner også 6 speilsymetrier. (se symmetriaksene på figuren over)

Så har vi brukt formlene fra tidligere i prosjektet og regnet ut hvor mange perler kunstverket vårt inneholder:

Vi brukte formelen for trekanttall: $\frac{(A+1)\cdot A)}{2}$

Trekantene våre har 14 perler langs en kant, altså trekanttall nr. 14:

$$\frac{(14+1)\cdot 14}{2} = 105$$

Det er 54 trekanter i figuren. 105 · 54 = 5670

Det er altså 5670 perler i kunstverket vårt.

I figuren vår er det mange andre figurer enn trekanter og sekskanter. Vi finner både to-dimensjonale og tre-dimensjonale figurer. Vi har ikke plass til å bekskrive det her, men den grafiske formgiveren vår har hjulpet oss med å få det frem på plakaten vår.

Konklusjon

1) Vi tror ikke små barn er bevisst på geometri, men vi har sett i vårt prosjekt at når de perler så arbeider de jo egentlig med symmetrier og rotasjoner. Vi lurer på om vi mennesker blir født med noen slike egenskaper i oss? Og vi tror at barn utvikler kunnskap om matematikk når de leker med å perle. Dette må jo være en positiv lek!

Da vi arbeidet med prikkebrettene, delte vi dem inn i 6 med tenkte linjer på brettet. Det er artig å se at små barn ofte gjør den samme inndelingen når de skal lage perlefigurer. Det virker som at de ser og nærmest føler disse linjene som jo også er naturlig symmetrilinjer i forhold til slik brettene er laget.

2) Da vi arbeidet med perlebrettene, ble vi jo litt forskrekket over at slike døde ting som vi har hatt mellom fingrene siden vi var små faktisk er bygd opp på en matematisk måte. Nå, etter dette prosjektet, lurer vi på om alle ting i verden kan beskrive matematisk. Og en dag lurte ei jente i klassen på om det var matematikk i et armbånd hun hadde perlet. Læreren mente at vi helt sikkert kunne beskrive sammensetningen matematisk. Ja, det er visst mye matematikk i verden.

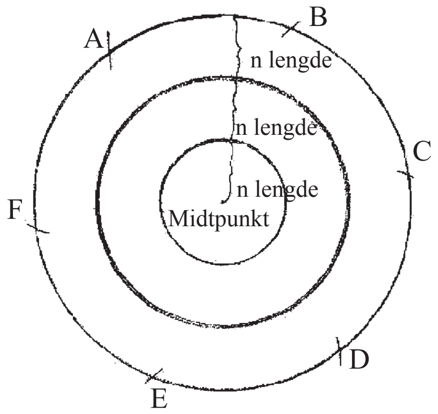
3) Vårt eget kunstverk synes vi er blitt fint, og mens vi har jobbet med dette har vi stadig støtt på matematikk. Vi har brukt passer og linjal, snakket om parallelle linjer, vinkler, symmetrier, rotasjoner, forskjellige geometriske figurer osv. Vi har jo også laget selve perleverket og det var gøy.

Det ble jo en mye større oppgave og utfordring når vi skulle perle mange figurer som skulle settes sammen til en. Vi har snakket om det var en ide å gi til de som lager perlebrettene og perler, altså noen eksempler på sammensetning som ligger med når vi kjøper disse tingene. Da vil barn sikkert utvikle nye kunnskaper når de leker med perler.

Det har vært gøy å jobbe med prosjektet. Vi har jobbet med ting som vi har hatt lyst til, og da blir det mye gøyere. Vi har også funnet ut mange ting som vi ikke trodde på forhånd, og vi føler også at vi har snakket om i klassen og lært mye som ikke kommer klart frem i denne rapporten. Det var ikke plass til å skrive nøye om alt det vi har snakket om og vært innom.

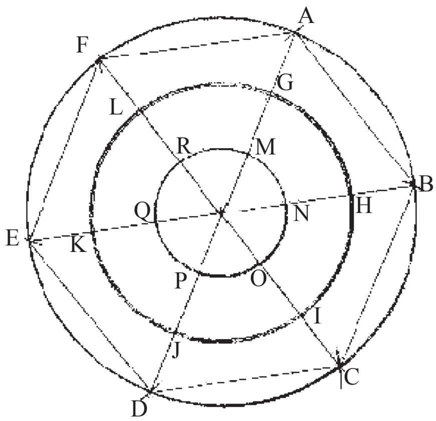
Konstruksjon av «vår» sekskant i tre trinn

Fig. 1



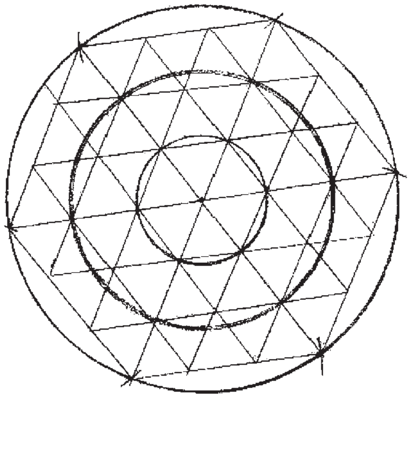
Tegn 3 sirkler på ett ark. Avstanden mellom sirklene må være like lang hele tiden. Bruk passer med samme avstand mellom vinkelbeina, som avstanden Midtpunkt – A, på figuren. Sett passeren i A, og tegn merk av et punkt i den ytterste sirkelen. Kall punktet B. Sett nå passeren i B, og tegn et nytt punkt, C. Gjenta dette 3 ganger til. Da har du 6 punkter, A-F.

Fig. 2



Trekk en strek fra A-B, B-C, C-D, osv. Gjør det rundt hele sirkelen. Da har du en sekskant. Trekk så en strek fra A-D, B-E, og C-F. Da har du delt opp sekskanten i 6 trekanter. Du har også fått 12 kryss mellom rette linjer og sirkel en og to, G-R.

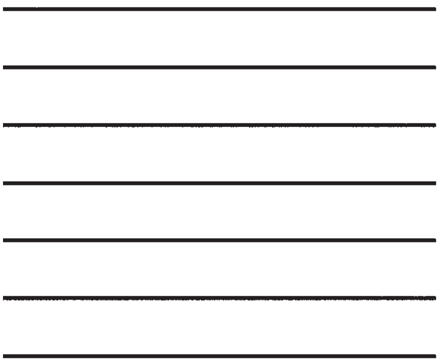
Fig. 3



Bruk punktene G-L i sirkel 2 (se fig. 2) til å tegne en sekskant på samme måte som i sirkel 3, men la linjene gå for langt, slik at de går helt ut til den ytterste trekanten. Gjenta med punktene M-R.

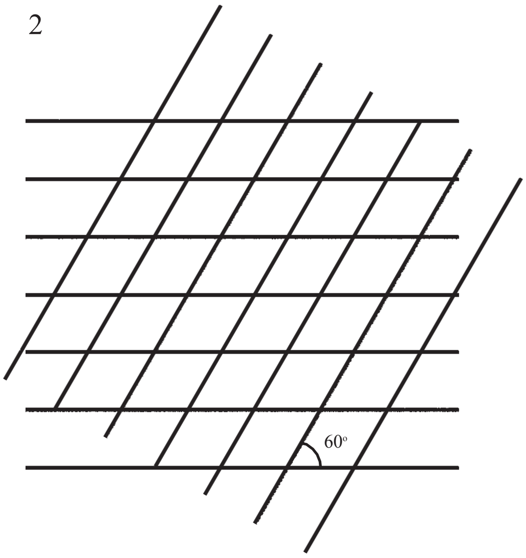
Fremstilling av «vår» sekskant med tre sett parallelle linjer

1



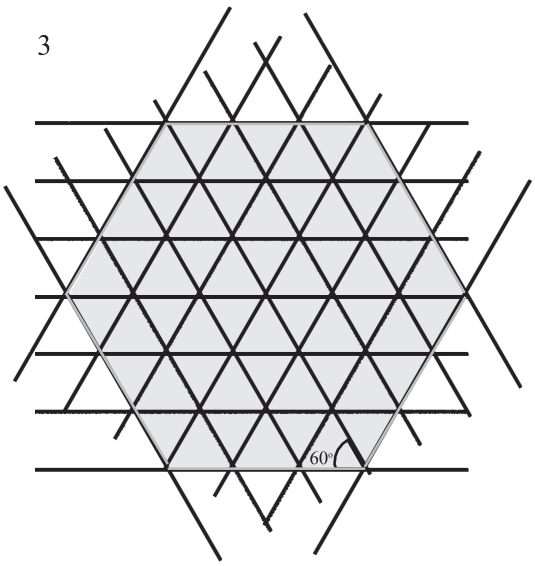
Et sett parallelle linjer. I forhold til vår figur: 7 linjer.

2



Et nytt sett parallelle linjer plasseres oppå første sett, men nå vridd 60°.

3



Og et tredje sett parallelle linjer plasseres nok en gang oppå de to første, nå vridd 60° i forhold til andre sett.